# 大学院情報理工学研究科
# 博士前期課程一般入試　入学試験問題
# （2023年8月17日実施）

## 【情報学専攻】

## 専門科目：［選択問題］

### ※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１３枚、解答用紙は９枚である。（マークシート１枚を含む）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
マークシートに受験番号をマークする際には左詰めで記入し、氏名は記入しないこと。

4．試験時間は必須問題と選択問題をあわせて180分である。

5．選択問題では、４科目の中から３科目を選んで解答すること。
また、選択した３科目は、選択科目記入シートに必ず○印を記入すること。
（採点は選択科目記入シートに○印が記入された科目についてのみ行う。誤記入、記入もれに十分注意すること。）
「確率・オペレーションズリサーチ」では、問２か問３を、
「計算機工学」は4-1か、4-2を選択すること。

6．解答は、必ず当該科目の解答用紙を使用すること。
（解答用紙には問題番号が記入されているので、解答する科目番号が記入されている解答用紙を使用すること。「離散数学」問１～問３はマークシートを使用すること。）
また、解答用紙は裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。

7．選択科目記入シートは、試験終了後に必ず提出すること。

8．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

9．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

10．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

# 選択問題

# 情報学専攻

科目の番号

## 1　アルゴリズムとデータ構造

下記のコードを参照して答えよ.

問 1. 関数 algo1 は与えられた配列をソートする関数である. これに関する以下の問いに答えなさい.
(1) algo1(A,8)としてソートを実行するとき, X 行目が 5 回実行された後の配列 A を示しなさい.
(2) Y 行目の最大実行回数を, ソート対象となる配列の要素数 N を使って表しなさい.

問 2. 関数 algo2 は降順にマージソートを行う関数である. これに関する以下の問いに答えなさい.
(1) algo2(A,0,7)としてソートを実行するとき, algo2 が再帰呼び出しされる回数を答えなさい.
(2) algo2 中の空欄(a)～(c)を埋めなさい.
(3) algo2 の最悪計算量を $O$(オーダー)記法で表しなさい.

問 3. 関数 algo3 は降順にクイックソートを行う関数である. これに関する以下の問いに答えなさい.
(1) algo3(B,5)としてソートを実行するとき, 最初にピボットとなる配列要素を答えなさい.
(2) algo3(B,5)及び algo3(C,5)としてソートを実行するとき, 再帰する過程で Z 行目が 3 回実行された後の各配列を示しなさい.
(3) W 行目の最大実行回数を, ソート対象となる配列の要素数 N を使って表しなさい.

```
void algo1 ( int a[], int n ){
  int  i, j, v;          // nは配列要素数
  for ( i = 1; i < n; i++ ){
    v = a[i]; j = i;
    while( j >= 1 && a[j-1] < v ){
      a[j] = a[j-1];  // Y行目
      j--; }
    a[j] = v;  // X行目
  }
}
```

```
void algo3 ( int a[], int n ){
  int i, last;          // nは配列要素数
  if ( n <= 1 ) return;
  last = 0;
  for ( i = 1; i < n; i++)
    if ( a[i] > a[0] )
     swap( &a[++last], &a[i] );// W行目
  swap( &a[0], &a[last] ); // Z行目
  algo3( a, last );
  algo3( a+last+1, n-last-1 );
}
```

```
void swap (int *a, int *b){
  int tmp = *a; *a = *b; *b = tmp; }
```

```
// 各問いで用いる配列
int A[] = { 7, 3, 2, 8, 5, 1, 6, 4 };
int B[] = { 5, 4, 3, 1, 2 };
int C[] = { 1, 5, 4, 3, 2 };
```

```
void algo2 ( int a[], int l, int r ){
  int i, j, k, m;  // lは左端添字, rは右端添字
  int b[SIZE];  // SIZEは十分に大きな値
  if ( l < r ) {
    // 分割処理
    m = ( r + l ) / 2;
    algo2 ( a, l, m ); algo2 ( a, m+1, r );
    // 併合のための前処理
    for ( i = m; i >= l; i-- ) b[i] = a[i];
    i = l;
    for ( j = m+1; j <= r; j++ )
      b[r - ( j - (m+1))] = a[j];
    j = r;
    // 併合処理
    for ( k = l; [  (a)  ] ; k++)
      if ( b[i] [ (b) ] b[j] )
        a[k] = b[i++];
      else
        a[k] = b[ [ (c) ] ];
  }
}
```

関数: function, 配列: array, ソート: sort, 最大実行回数: maximum number of execution, 要素数: number of elements, 降順: descending order, マージソート: merge sort, 再帰呼び出し: recursive call, 最悪計算量: worst computational complexity, $O$(オーダー)記法: Big $O$ notation, クイックソート: quick sort, ピボット: pivot

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 2　確率・オペレーションズリサーチ

この科目（確率・オペレーションズリサーチ）を受験する場合には，問 1 は必ず解答し，問 2 と問 3 はいずれか一方のみを選択して解答すること．

問 1　期待値が0，分散が1の正規分布に互いに独立に従う確率変数の列$X_1, X_2, X_3, X_4$を考える．

問 1-1：$U = X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 + 5$の分散$V[U]$を求めよ．
問 1-2：$Y = \sum_{i=1}^{4} X_i^2$が従う確率分布の名称を答えよ．
問 1-3：$Y$の分散$V[Y]$を求めよ．
問 1-4：$Z = Y \times \sqrt{3^Y}$とするとき$\frac{1}{Z}$の期待値$E[\frac{1}{Z}]$を求めよ．
問 1-5：$\bar{X} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} X_i$，$S^2 = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{4}(X_i - \bar{X})^2$とし，$W = 2\frac{\bar{X}}{S}$を考える．このとき$W$の分散$V[W]$を求めよ．

Keywords *期待値: expected value, 分散: variance，正規分布: normal distribution, 互いに独立に: independently with each other, 確率変数: random variable, 列: sequence, 確率分布: probability distribution*

問 2　この問題を選択する場合には以下の A，B の双方に解答すること．そして問 3 に解答してはいけない．

A　確率変数$X$の従う確率分布が次の確率密度関数を持つとする．

$$f_X(x) = \frac{1}{2}\sin x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

問 2-1：$X$の分布関数$F_X(x)$を求めよ．
問 2-2：$X$の期待値$E[X]$を求めよ．
問 2-3：$X$のモーメント母関数$M_X(t)$を求めよ．

B　確率変数$X$は期待値が8のポアソン分布に従うとし，$X = x$が与えられたときの確率変数$Y$が従う条件付き確率分布は期待値が$\frac{1}{4^x}$の指数分布であるとする．

問 2-4：$X = 2$のときの$Y$の条件付き分散$V[Y|X = 2]$を求めよ．（ただし$X = x$のときの$Y$の条件付き分散は$V[Y|X = x] = E[\{Y - E[Y|X = x]\}^2|X = x]$で定義される．）
問 2-5：$X$と$Y$の共分散$Cov[X, Y]$を求めよ．

Keywords *確率密度関数: probability density function, 分布関数: distribution function, モーメント母関数: moment generating function, ポアソン分布: Poisson distribution, 条件付き確率分布: conditional probability distribution, 指数分布: exponential distribution, 条件付き分散: conditional variance, 共分散: covariance*

（次ページへ続く）

（前ページから続く）

$\boxed{\text{問 3}}$ この問題を選択する場合には，問 2 に解答してはいけない．

工場 A では 2 種類の製品 $P_1, P_2$ を生産している．各製品の生産では，3 種類の材料 $M_1, M_2, M_3$ を使用する必要があり，各材料には使用可能な総量がそれぞれ定められている．

製品 $P_i$ $(i = 1,2)$ を 1 単位生産するために必要な材料 $M_j$ $(j = 1,2,3)$ の量［kg］と材料 $M_j$ の使用可能な総量［kg］は，表 1 のとおりである．また，製品 $P_1, P_2$ を 1 単位生産したときの利益は，それぞれ 40［万円］，30［万円］とする．

このとき，与えられた制約条件下で，製品 $P_1, P_2$ の生産により得られる総利益 $z$ を最大化する生産計画問題を考える．以下の問いに答えよ．

表 1　製品 $P_i$ の 1 単位の生産に必要な材料の量［kg］と使用可能な材料 $M_j$ の総量［kg］

| | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ |
|---|---|---|---|
| $P_1$ の生産な必要な材料の量［kg］ | 2 | 3 | 1 |
| $P_2$ の生産に必要な材料の量［kg］ | 5 | 1 | 2 |
| 使用可能な材料の総量［kg］ | 120 | 75 | 45 |

問 3-1　製品 $P_1, P_2$ の生産量を，それぞれ $x_1, x_2$［単位］とする（$x_1, x_2$ は共に非負）．このとき，総利益 $z$ を最大にする生産計画問題を，線形計画問題として定式化せよ．なお，制約条件は不等式制約の形で記述すること．

問 3-2　問 3-1 で定式化した材料の不等式制約を，スラック変数 $x_3, x_4, x_5$ を用いて等式制約に変換して記述せよ．なお，材料 $M_1, M_2, M_3$ の制約に対応するスラック変数を，それぞれ $x_3, x_4, x_5$ とすること．

問 3-3　問 3-1 で定式化した線形計画問題における製品 $P_1, P_2$ の最適生産量を，それぞれ $x_1^*, x_2^*$［単位］とする．この線形計画問題の最適生産量 $x_1^*, x_2^*$ とそのときの総利益 $z$ をシンプレックス法により求めることを考える．このとき，解答欄のシンプレックス表の初期表と最終表を完成させ，最適生産量 $x_1^*, x_2^*$ と総利益 $z$ を求めよ．なお，解答欄のシンプレックス表中の $\pi_i$ の行の各値は，「基底変数の係数」の列と，対応する $x_1$ ～ $x_5$ および「定数項」の列の各要素の積の和で求められる．

問 3-4　製品 $P_1$ を 1 単位生産したときの利益が 40［万円］から $\alpha$ $(\alpha \in R)$［万円］だけ変化する場合を考える．これは，$P_1$ を 1 単位生産したときの利益が $40 + \alpha$［万円］となることに相当する．ここで，問 3-3 で求めた最適生産量 $x_1^*, x_2^*$ が変化しないための $\alpha$ の範囲 $L \leq \alpha \leq U$ を求めたい．解答欄のシンプレックス表は問 3-3 の最終表については，係数 $c_1$ の値のみ 40 から $40 + \alpha$ に変更したものであり，表中の (a) ～ (e) 以外の空欄には問 3-3 の最終表と同じ値が入る．このとき，解答欄のシンプレックス表の (d) と (e) の欄に入る値および $L$ と $U$ の値を求めよ．

Keywords　*工場 : factory,　製品 : product,　生産 : produce,　材料 : material,　使用 : use,　必要 : required,　使用可能 : available,　総: total,　量: quantity,　単位 : unit,　利益 : profit,　制約条件 : constraints,　総利益 : total profit,　最大化 : maximize,　生産計画問題 : production planning problem,　生産量 : production quantity,　非負: non-negative,　線形計画問題 : linear programming problem,　定式化 : formulation,　不等式制約 : inequality constraints,　記述: describe,　スラック変数 : slack variable,　等式制約 : equality constraints,　最適 : optimal,　シンプレックス法 : simplex method,　求める: obtain,　表: table,　初期: initial,　最終: final,　完成: complete,　値: value,　基底変数: basic variable,　係数: coefficient,　定数項: constant term,　要素: element,　積: multiplying,　和: sum,　変化: changed,　変化しない: no change,　範囲 : range,　以外: except,　空: blank,　欄: column,　同じ: same*

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 3　離散数学

**注意**：離散数学の**問 1**〜**問 3** はマークシートに解答しなさい．
解答にあたっては，$\boxed{1}$ 〜 $\boxed{25}$ に当てはまる最も適切なものを，
**選択肢**から選びなさい．

**問 1.** $p, q$ を 命題変数 とする．以下に示すのは，前提が偽 ($p = \mathrm{F}$) である場合の「$p$ ならば $q$」 ($p \Rightarrow q$) の 真理値 に異議を唱える A さん，B さんと先生の対話である．空欄を埋めなさい．ただし，A さんと B さんの主張（表 1）以外は通常の正しい 論理 を用いること．

表 1　誤った真理値表

| $p$ | $q$ | A さんの主張 | B さんの主張 |
|---|---|---|---|
| T | T | T | T |
| T | F | F | F |
| F | T | F | F |
| F | F | F | T |

**A さんの主張**　「そもそも 前提 $p$ が偽なんだから，結論 $q$ の真偽に依らず $p \Rightarrow q$ は偽に決まっていると思うんだけど．」

**先生**　A さんの主張に対応する 真理値表（表 1）を見てみよう．“$\Rightarrow$” を使わずに表現すると，A さんの主張する $p \Rightarrow q$ は $p$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ とも書くことが出来る．すると $\boxed{1}$ と “$\Rightarrow$” を別の記号にする必要はないんじゃないかな．

【次のページへ続く】

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 3　離散数学

【前のページから】

**B さんの意見**　「私は前提 $p$ が偽の時に $p \Rightarrow q$ が偽になるのは，結論 $q$ が真の時だけ偽だと思う．だって前提と結論があっていないのだから.」

**先生**　B さんの主張に対応する真理値表（表 1）を見ると，これを "⇒" を使わずに表現すると

$$\left(p \boxed{\ 3\ } \boxed{\ 4\ }\right) \wedge \left(\neg p \boxed{\ 5\ } \boxed{\ 6\ }\right)$$

と書けるね．これは A さんの場合と違って 論理演算子 一つでは書けない．

しかし，A さんの式も B さんの式も $p$ と $q$ に関して $\boxed{\ 7\ }$ だから，どちらの場合も $\boxed{\ 8\ }$ $p, q$ に対して $p \Rightarrow q$ とその $\boxed{\ 9\ }$ は同値になってしまう．これは「$p$ ならば $q$」の意味合いに反すると思うよ．

**選択肢：** ⓪ $\vee$ ① $\wedge$ ② $q$ ③ $\neg q$ ④ 逆 ⑤ 裏 ⑥ 対偶 ⑦ 対称 ⑧ 任意の ⑨ ある

---

命題変数：propositional variable, 真理値：truth value, 論理：logic, 前提：assumption, 結論：conclusion, 真理値表：truth table, 論理演算子：logical operator, 逆：converse, 裏：inverse, 対偶：contraposition, 対称：symmetry

【次のページへ続く】

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

$\boxed{3}$ **離散数学**

【前のページから】

**問 2.** 次の空欄を埋めるのに最適なものを，選択肢から選べ．

(1) $x$ が正の整数であり，$p(x)$ が「$x$ は偶数」を意味する述語であるとする．このとき，次の論理式について考える．

$$\exists x\, p(x) \land \exists x\, q(x) \implies \exists x\, \bigl(p(x) \land q(x)\bigr) \qquad \cdots\cdots (*)$$

(a) $q(x)$ が「$x$ は奇数」を意味するとき，$(*)$ は $\boxed{10}$．

(b) $q(x)$ が「$x$ は素数」を意味するとき，$(*)$ は $\boxed{11}$．

(c) $q(x)$ が「$x$ は 4 の倍数」を意味するとき，$(*)$ は $\boxed{12}$．

(d) $q(x)$ が「$x < 1$」を意味するとき，$(*)$ は $\boxed{13}$．

**(1) の選択肢：** ⓪ 偽　① 真

(2) 論理式 $\forall x\, \bigl(p(x) \lor q(x)\bigr) \implies \forall x\, p(x) \lor \forall x\, q(x)$ は，$\boxed{14}$．

(3) 論理式 $\exists x\, \forall y\, p(x,y) \implies \forall y\, \exists x\, p(x,y)$ は，$\boxed{15}$．

(4) 論理式 $\exists x\, \neg p(x) \iff \forall x\, p(x)$ は，$\boxed{16}$．

(5) 論理式 $\neg \forall x\, \bigl(p(x) \Rightarrow q(x)\bigr) \iff \exists x\, \bigl(p(x) \land \neg q(x)\bigr)$ は，$\boxed{17}$．

**(2)〜(5) の選択肢：**
⓪ 常に偽である　① 常に真である　② 真になるときも，偽になるときもある

正の整数：positive integer，偶数：even number，奇数：odd number，素数：prime number
4 の倍数：multiple of 4，偽：false，真：true

【次のページへ続く】

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 3　離散数学

【前のページから】

**問 3.** 次の空欄を埋めるのに最適なものを，選択肢から選べ．ただし，(2) では必要十分性のある箇所は，必ず必要十分の記号（$\Longleftrightarrow$）を答えること．また，集合 $X, Y$ に対し，差集合 $X-Y$ を以下のように定義する．

$$X - Y = \{x \mid x \in X \ \wedge \ x \notin Y\}$$

(1) $f$ を集合 $A$ から集合 $B$ への写像とし，$P \subseteq A$ とする．このとき，次式が成り立つ．

$$f(A-P) \ \boxed{18} \ f(A) - f(P) \qquad \cdots\cdots (*)$$

| **(1) の選択肢：** ⓪ $\subseteq$　　① $\supseteq$ |
|---|

(2) $(*)$ は，以下のように証明できる．$b \in B$ とする．

$$\begin{array}{rl} & b \in f(A) - f(P) \\ \Longleftrightarrow & b \in f(A) \ \wedge \ b \notin f(P) \\ \boxed{19} & \exists a \in A : \left[f(a) = b \ \wedge \ a \notin P\right] \\ \boxed{20} & \exists a \in A - P : \ \left[f(a) = b\right] \\ \boxed{21} & b \in f(A-P) \end{array}$$

| **(2) の選択肢：** ⓪ $\Longleftrightarrow$　　① $\Longleftarrow$　　② $\Longrightarrow$ |
|---|

---

必要十分：necessary and sufficient，集合：set，写像：map

【次のページへ続く】

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 3　離散数学

【前のページから】

(3) $A, B$ を実数全体の集合，$P$ を閉区間 $[-1, 1]$ とする．

(a) $f(x) = x^3 - x^2$ のとき，$(*)$ は等号が $\boxed{22}$．

(b) $f(x) = 2^x$ のとき，$(*)$ は等号が $\boxed{23}$．

(c) $f(x) = \sin x$ のとき，$(*)$ は等号が $\boxed{24}$．

一般に，$f$ が $\boxed{25}$ であれば，$(*)$ は等号が成り立つ．

**(3) の選択肢：** ⓪ 成り立つ　① 成り立たない　② 全射　③ 単射

実数：real number，閉区間：closed interval，等号：equal sign，全射：surjection
単射：injection

【次のページへ続く】

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

**3**　**離散数学**

【前のページから】

**問 4.**　$A, B$ をそれぞれ $m$ 個，$n$ 個の元からなる集合とする．

(1) $f$ を $A$ から $B$ への写像とする．$m, n$ が次の (a)〜(c) の関係のとき，$f$ の性質としてありうるものを**すべて**選択肢から選び，答えよ．

(a) $m = n$

(b) $m > n$

(c) $m \leq n$

| | | |
|---|---|---|
| **選択肢：** | ⓪ 全単射である | ① 全射でも単射でもない |
| | ② 全射であるが，単射でない | ③ 単射であるが，全射でない |

(2) $A$ から $B$ への写像の個数について，以下の問いに答えよ．

(a) 写像の総数を答えよ．

(b) 全単射の総数を答えよ．

(c) 単射の総数を答えよ．

(3) $u$ 個の元からなる集合から $v$ 個の元からなる集合への全射の総数を $S(u, v)$ と書くことにする．$m \geq n \geq 1$ のとき，以下の式が成り立つことを証明せよ．

$$n^m = \sum_{k=1}^{n} {}_n\mathrm{C}_k \, S(m, k)$$

ただし，自然数 $n$ および $0 \leq k \leq n$ を満たす整数 $k$ に対して，${}_n\mathrm{C}_k = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$ と定める．

---

元：element，全単射：bijection

【次のページへ続く】

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

**3** 離散数学

【前のページから】

**問 5.** 次の問いに答えよ．

(1) 任意の自然数 $n$ および $0 \leq k \leq n$ を満たす任意の整数 $k$ に対して，次の関係を示せ．ただし，自然数 $n$ および $0 \leq k \leq n$ を満たす整数 $k$ に対して ${}_n\mathrm{C}_k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ と定める．

$$ {}_{n+1}\mathrm{C}_{k+1} = {}_n\mathrm{C}_{k+1} + {}_n\mathrm{C}_k $$

(2) 任意の自然数 $n$ および $0 \leq k \leq n$ を満たす任意の整数 $k$ に対して，次の不等式を数学的帰納法を用いて示したい．

$$ {}_n\mathrm{C}_k \leq \frac{n^k}{2^{k-1}} \qquad \cdots\cdots (*) $$

(i) $n = 1$ の場合に $(*)$ を証明せよ．

(ii) $n = t$ の場合に $(*)$ が成立すると仮定して，$n = t + 1$ の場合に $(*)$ が成立することを証明せよ．

---

自然数: natural number, 関係: relation, 不等式: inequality, 数学的帰納法: mathematical induction.

【離散数学の問題はここまで】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2023 年 8 月 17 日実施）

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 4　計算機工学　[4-1]

1. 有限オートマトンに関する以下の問いに答えなさい。

**(1)** 記号列 $w$ について $w = xyz$ と表されるとき、$x$ を $w$ の接頭辞という。例えば、記号列 $ab$ の接頭辞は、$\varepsilon, a, ab$ である。（ここで、$\varepsilon$ は空記号列である。）記号列 $babba$ の接頭辞をすべて書きなさい。

**(2)** $\Sigma = \{a, b\}$ とするとき、$\Sigma$ 上の言語 $\{a, bb, bab\}$ を受理する有限オートマトンの状態遷移図を描きなさい。

**(3)** $\Sigma$ 上の有限集合 $L$ の記号列からその接頭辞すべてを集めてできる有限集合を $K$ とする。例えば、$L = \{a, bb, bab\}$ の場合には、$K = \{\varepsilon, a, b, ba, bb, bab\}$ である。この言語 $K$ を受理する有限オートマトンの状態遷移図を描きなさい。

**(4)** (3) のような言語 $K$ を受理する有限オートマトンを変形して、言語 $L$ を受理する有限オートマトンを構成する方法を述べなさい。

**(5)** 上記のことから、「$\Sigma^*$ の有限部分集合は、すべて正則言語である」ことを証明しなさい。

2. 文脈自由言語に関する以下の問いに答えなさい。

**(1)** 言語 $L = \{a^k \mid k$ は素数 $\}$ の長さ 10 以下の記号列をすべて書きなさい。

**(2)** ポンプの補題とは、以下のような命題である。「$L$ が文脈自由言語ならば、以下の条件を満たす整数 $p > 0$ が存在する。$z \in L$ かつ $|z| \geq p$ ならば、$z = uvwxy$（ただし、$|v| + |x| \geq 1$ かつ $|vwx| \leq p$）と分解でき、任意の $i \geq 0$ に対し、$uv^iwx^iy \in L$ である。」

ここで、言語 $L = \{a^k \mid k$ は素数 $\}$ は文脈自由言語でないことを、ポンプの補題を用いて証明することを考える。言語 $L$ を生成する文脈自由文法が存在したと仮定すると、ポンプの補題より、十分に大きな素数 $k$ に対して、以下が成り立つ。「$z = a^k \in L$ かつ $|z| \geq k$ ならば、$z = uvwxy$（ただし、$|v| + |x| \geq 1$ かつ $|vwx| \leq k$）と分解でき、任意の $i \geq 0$ に対し、$uv^iwx^iy \in L$ である。」

このとき、$vx = a^r$ $(r \geq 1)$ とすると、記号列 $uv^{q+1}wx^{q+1}y$ は、言語 $L$ に含まれることになるが、$a$ を何個含んでいるか。

**(3)** 上記のことから、矛盾を導き、言語 $L$ が文脈自由言語でないことの証明を完成しなさい。

正則言語：regular language, 文脈自由言語：context-free language, 接頭辞：prefix, 空記号列：empty string, 有限オートマトン：finite automaton, 状態遷移図：state transition diagram

大学院情報理工学研究科 博士前期課程：一般入試（2023年8月17日実施）

# 選択問題

## 情報学専攻

科目の番号

## 4 計算機工学 [4-2]

1. 以下の問いに答えよ．

(1) 8進数の $(2023)_8$ を16進数で書け．

(2) 2進数の $(0101)_2$ の2の補数を4ビットで書け．

(3) サイズが2 GB（ギガバイト）のメモリがバイトアドレッシングを使用する場合，アドレスラインの数を答えよ．

(4) 1台の洗濯機と1台の乾燥機を使って，4回分の洗濯，乾燥，折りたたむの三つのタスクを処理する最小の合計時間を答えよ．ただし，各タスクには人が1名配置され，1回分の所要時間は，洗濯が30分，乾燥が40分，折りたたむが10分とする．

(5) 式 (1) の論理式を簡単化し，最も簡単化された式を答えよ．$\overline{A}$ は $A$ の否定とする．

$$\overline{\overline{A+B\overline{C}+A\overline{\overline{B}}}} \tag{1}$$

2. キャッシュヒット時の読み出し操作のメモリアクセス時間は1 nsec（ナノ秒），キャッシュミス時の読み出し操作は5 nsec，キャッシュヒット時の書き込み操作は2 nsec，キャッシュミス時の書き込み操作は10 nsecとする．命令列Aは100回の命令取り出し操作，60回のデータ読み出し操作，40回のデータ書き込み操作が含まれる．

(1) キャッシュヒット率が0.1の場合に比べ，読み出し操作の平均メモリアクセス時間が半分となるキャッシュヒット率を答えよ．

(2) キャッシュヒット率が0.9の場合，命令列Aの実行における平均メモリアクセス時間（ナノ秒）を答えよ．

3. 以下の表は，あるプロセッサにおいて，プログラム1を2つの異なるコンパイラでコンパイルしたときのプログラムの実行時間を示す．以下の問いに答えよ．

| | コンパイラ A | | コンパイラ B | |
|---|---|---|---|---|
| | 命令数 | 実行時間 | 命令数 | 実行時間 |
| プログラム1 | $1.00 \times 10^9$ | 1 sec | $1.50 \times 10^9$ | 1.2 sec |

(1) プロセッサのクロック周波数が2 GHz（ギガヘルツ）であると仮定して，コンパイラAを使った時のCPIを答えよ．

(2) コンパイラAとBでコンパイルされたプログラムが，同じCPIを持つ2つの異なるプロセッサでそれぞれ実行されると仮定する．2つのプロセッサ上の実行時間が同じである場合，コンパイラAのコードを実行するプロセッサのクロック周波数は，コンパイラBのコードを実行するプロセッサのクロック周波数の何倍か答えよ．

8進数：Octal, 16進数：Hexadecimal, 2進数：Binary, 2の補数：2's complement, ビット：bits, ギガバイト：Gigabytes, メモリ：Memory, バイトアドレッシング：Byte addressing, アドレスライン：Address line, 洗濯機：Washing machine, 乾燥機：Dryer, 折りたたむ：Fold, 最小の合計時間：Minimum total time, 論理式：Logical formula, 簡単化：Simplification キャッシュヒット：Cache hit, 読み出し操作：Read operation, メモリアクセス時間：Memory access time, ナノ秒：Nanoseconds, キャッシュミス：Cache miss, 書き込み操作：Write operation, 命令取り出し操作：Instruction retrieval operation, キャッシュヒット率：Cache hit rate, 平均メモリアクセス時間：Average memory access time, プロセッサ：Processor, コンパイラ：Compiler, 命令数：Number of instructions, 実行時間：Execution time, クロック周波数：Clock frequency, ギガヘルツ：Gigahertz, CPI：Cycles Per Instruction