

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試 入学試験問題
(2019年8月16日実施)

【情報学専攻】

専門科目： [必須問題]

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 必須問題の問題冊子はこの注意事項を含めて3枚、解答用紙は2枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 試験時間は必須問題と選択問題をあわせて180分である。
5. 必須問題は2問である。すべての問題を解答すること。
6. 解答は、問題ごとに別々の解答用紙（各問題ごとに1枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
7. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
8. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
9. 解答は英語でもよい。

必須問題

情報学専攻

「線形代数」および「微分積分」

問題 [1], 問題 [2] (次ページ) の両方について解答せよ.

[1] a を実数とし, 3次正方行列 A, E と \mathbb{R}^3 のベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ を

$$A = \begin{bmatrix} a & -2 & 4 \\ 3 & -6 & 6 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

とする. さらに, \mathbb{R}^3 の 部分空間 $\langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \rangle$ を

$$\langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \rangle = \{c_1 \mathbf{v}_1 + c_2 \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^3 \mid c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}$$

で定義し, 線形変換 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を $f(\mathbf{v}) = A\mathbf{v}$ ($\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$) と定める.
このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $f(\mathbf{v}_1) \in \langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \rangle$ となるように a の値を定めよ.
- (2) 行列式 $\det A$ の値が -6 となるときの a の値を求めよ.

以下では, a は (2) で求めた値とする.

- (3) 線形変換 $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を $g(\mathbf{v}) = (A + E)\mathbf{v}$ ($\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$) と定めるとき,
 g の核 $\text{Ker } g$ の 基底 を求めよ.
- (4) f の 固有値 をすべて求めよ.

部分空間: subspace, 線形変換: linear transformation, 行列式: determinant,
核: kernel, 基底: basis, 固有値: eigenvalue

【次ページへ続く】

【前ページから続く】

[2] 以下の各問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x, y) = 2x^3 - y^3 + 4xy + 1$ に対して, 次の問いに答えよ.

(i) $f_x(1, -1), f_y(1, -1)$ の値を求めよ.

(ii) $f(x, y) = 0$ 上の点 $(1, -1)$ の近くでは, $f(x, y) = 0$ の 陰関数 $y = \varphi(x)$ が存在する. このとき, $\varphi(1), \varphi'(1), \varphi''(1)$ の値を求めよ.

(2) 次の 重積分 I を求めよ.

$$I = \iint_D \frac{y}{\sqrt{1+x^3}} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$$

陰関数：implicit function, 重積分：double integral