

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試 入学試験問題
(2022年8月17日実施)

【基盤理工学専攻】

専門科目

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 問題冊子はこの注意事項を含めて23枚、解答用紙は4枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 選択科目記入シートに受験番号を記入すること。
5. 試験時間は180分である。
6. 科目は、選択群Ⅰの5科目（1「電気・電子回路」、2「光波動工学」、3「量子力学／統計力学」、4「無機・有機化学」、5「分子生物学／生物化学」）と選択群Ⅱの6科目（6「基礎数学」、7「力学」、8「電磁気学」、9「光・電子デバイス基礎」、10「物理化学」、11「細胞・神経生物学」）、合計11科目で構成されている。
●全11科目のうちから4科目を選択して解答すること。ただし、選択群Ⅰから1科目以上を含めること。
7. 選択科目記入シートには、選択した4科目に○印を記入すること。
8. 選択科目記入シートは、試験終了後に必ず提出すること。
9. 解答用紙の問題の番号欄には、解答した問題の番号を記入すること。
(採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること。)
10. 解答は、問題ごとに別々の解答用紙（各問題ごとに1枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
11. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
13. 解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

1

電気・電子回路

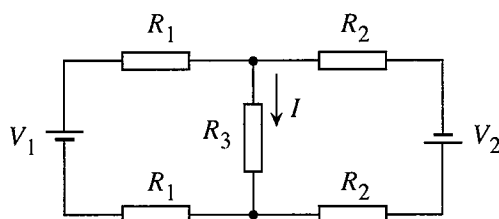
(1) 図1のような直流電圧源と抵抗からなる回路において、電流 I を求めよ。

図1

(2) 抵抗、キャパシタ、インダクタ、交流電圧源からなる図2の回路について以下の問に答えよ。

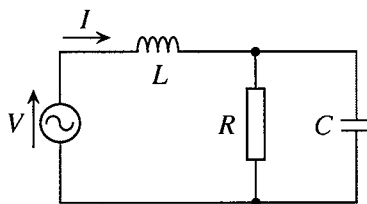
ただし交流電圧の角周波数を ω とする。(a) 回路のインピーダンス Z を $Z = (\text{実部}) + j(\text{虚部})$ の形に整理して求めよ。(b) 抵抗に流れる電流が R の値に無関係になる際の ω の条件を求めよ。(c) 電圧 V と電流 I の位相が等しくなる際の R を求めよ。

図2

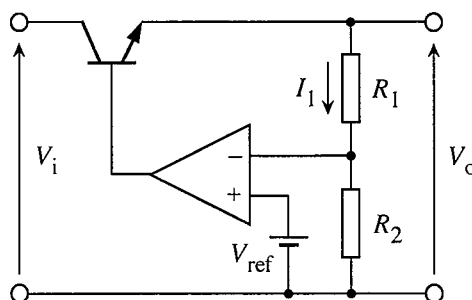
(3) 図3の理想的なオペアンプ、抵抗、トランジスタ、直流電圧源を用いた定電圧回路について以下の問に答えよ。回路の入力電圧、出力電圧をそれぞれ V_i 、 V_o とする。(a) 電流 I_1 を求めよ。(b) 出力電圧 V_o と電圧 V_{ref} の関係を示せ。(c) この回路は出力に負荷を接続した際に V_o の変動を抑制する機能がある。これは理想的なオペアンプのどのような性質を利用しどう動作するかを説明せよ。

図3

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

1

電気・電子回路

(前ページから続く)

- (4) トランジスタを用いた図4の回路について以下の間に答えよ。なお C_1, C_2, C_E は十分大きいとする。
- トランジスタのベース、エミッタに接続されているキャパシタの役割をそれぞれ答えよ。
 - 交流回路（交流成分のみを考慮した回路）を描け。
 - 小信号等価回路をトランジスタのエミッタ接地ハイブリッドパラメータを用いて描け。なお h_{re}, h_{oe} は十分小さいとし、またトランジスタのベースに流れ込む電流の交流成分を i_b とせよ。さらにこれを用いてトランジスタのベース側を入力、エミッタ側を出力とした入力インピーダンス、電圧増幅度を求めよ。
 - C_E を外した場合、回路の電圧増幅度はどうなるか理由とともに答えよ。

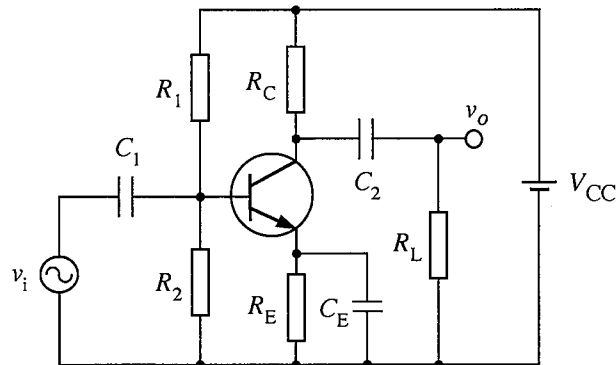


図4

直流電圧源: DC voltage source, 抵抗: resistor, キャパシタ: capacitor, インダクタ: inductor, 交流電圧源: AC voltage source, 角周波数: angular frequency, インピーダンス: impedance, 実部: real part, 虚部: imaginary part, 位相: phase, 理想的なオペアンプ: ideal operational amplifier, トランジスタ: transistor, 定電圧回路: voltage regulator, ベース: base, エミッタ: emitter, 交流回路: AC circuit, 小信号等価回路: small-signal equivalent circuit, エミッタ接地: common-emitter, ハイブリッドパラメータ: hybrid parameters, 入力インピーダンス: input impedance, 電圧増幅度: voltage amplification factor

問 題

基礎理工学専攻

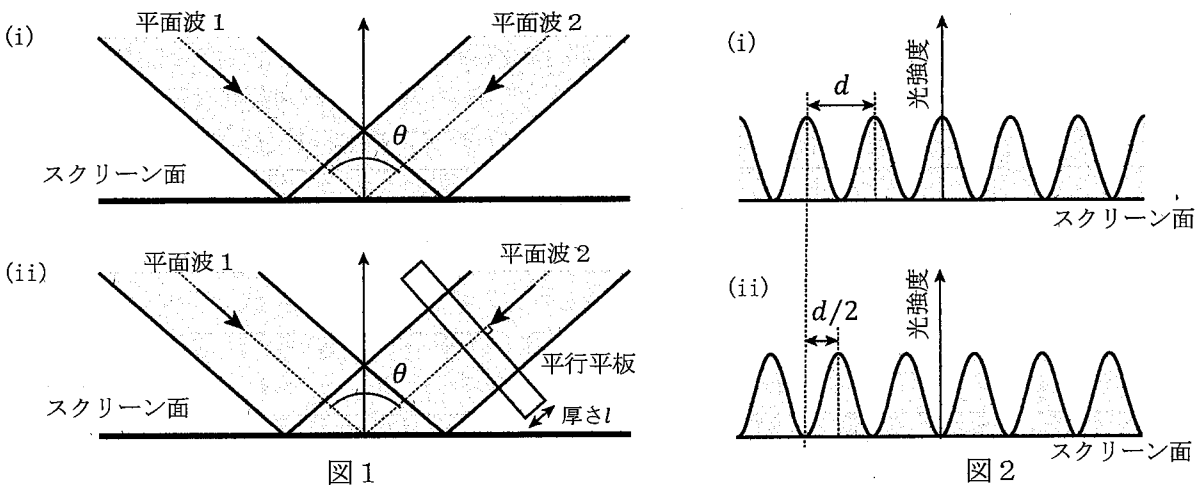
科目の番号

2 光波動工学

(1) 図1 (i)のように、角度 θ をなして伝搬する波長 λ の互いに可干渉な平面波1と平面波2がスクリーンに対称に入射して交差した時、図2 (i)に示すような間隔 d の干渉縞を形成した。次の問いに答えなさい。

(a) 二つの平面波の進行方向がなす角度 θ を求めなさい。

(b) 図1 (ii)のように、厚さ l の薄い透明な平行平板を、面が光軸に垂直になるように平面波2の光路に挿入すると、図2 (i)から図2 (ii)のように干渉縞が $d/2$ だけ位置ずれを生じた。この時、平行平板の屈折率 n が満たすべき条件を λ, l を用いて求めなさい。ただし、光学系は空気中にあり、空気の屈折率は1.0とする。必要があれば、整数 m を導入して答えなさい。



(2) 電磁波および光の性質について、以下の問いに答えなさい。

(a) マクスウェルの方程式から次の波動方程式が導かれる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E(x, y, z, t) - A \frac{\partial^2}{\partial t^2}E(x, y, z, t) = 0$$

$E(x, y, z, t)$ は電場、 (x, y, z) は直交座標、 t は時間、 A は定数である。この電磁波の伝搬速度を求めなさい。

(b) 真空中での波長が600 nmの単色レーザー光がある。この光がガラス中に入射した時、ガラス中での波長、振動数、伝搬速度をそれぞれ求めなさい。ただし、真空中での光の速度は 3.0×10^8 m/s、真空およびガラスの屈折率をそれぞれ $n_0 = 1.0, n = 1.5$ とする。

(c) 図3のような、進相軸、遅相軸に対する屈折率がそれぞれ $n_o = 1.52, n_e = 1.53$ である複屈折を示す材料で、波長600 nmの光に対する1/4波長板（進相軸、遅相軸に偏光方向を持つ光の間に1/4波長分の位相差が生じる）を作製したい。この時の材料の厚さを求めなさい。必要があれば、整数 m を導入して答えなさい。

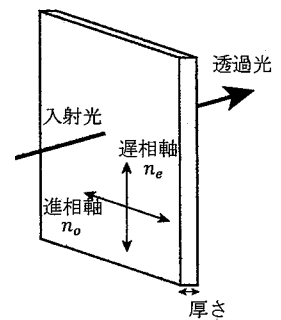


図3

(次ページに続く)

問 題

基礎理工学専攻

科目の番号

2 光波動工学

(前ページから続く)

(3) 図4に示すような幅 a の単スリットに波長 λ の単色平面波が垂直に入射した。光はスリットに回折され、距離 L はなれたスクリーンに回折パターンを映し出した。図4のように、単スリットの面に x 軸、スクリーン面に X 軸、単スリットの中心を通り入射光が伝播する方向に y 軸をとる。 x 軸、 y 軸の原点は単スリットの中心とする。また、 X 軸、 y 軸の交点を X 軸の原点とする。実験は空気中で行い、光の速度は c である。入射光の波数を k 、角振動数を ω 、時間を t とする。次の間に答えなさい。

- (a) k と λ の関係、 ω と λ の関係を答えなさい。
- (b) 単スリット内の点 $P(x,y) = (p, 0)$ と、スクリーン上の点 $Q(X,y) = (q, L)$ を結ぶ線 PQ の長さ r を答えなさい。
- (c) 点 P から発せられた光波の点 Q における複素振幅は、球面波の式を用いて次のように表せる。

$$U_{PQ}(r,t) \propto \frac{A}{r} e^{i(kr - \omega t)}$$

A は定数である。このときフラウンホーファー回折によりスクリーンに映し出された光強度分布 $I(X)$ を求めなさい。 L は a および X に対して十分大きいとする。必要があれば、次の近似式を用いてもよい。 $(1+x)^n \cong 1+nx$ ($|x| \ll 1$ のとき)

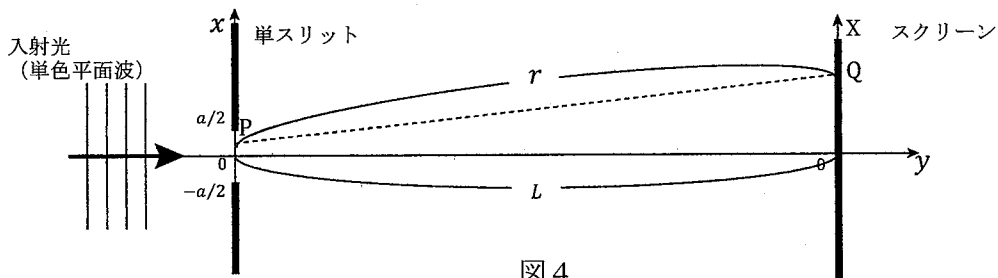


図4

- (4) 次の文章の空欄 (あ) ~ (こ) に適切な単語を次ページの単語集から選んで答えなさい。また、空欄 (A), (B) に適切な式を数式集から選んで答えなさい。同じ単語を複数回用いてもよい。
- (a) 全反射は、屈折率の異なる2つの媒質の境界を光が透過しようとする時生じる現象である。入射側の媒質の屈折率を n_1 、透過側の屈折率を n_2 とすると、 n_1 よりも n_2 の方が (あ) 場合に発生し、入射角 θ が次の式で表される条件を満たすときに生じる。

$$\text{(A)} \quad \sin \theta > \frac{n_2}{n_1}$$

全反射の性質を応用したデバイスとして光ファイバーが挙げられる。光ファイバーは、図5のように中心の (い) とそれを取り囲む (う) の二重構造で構成されている。(い) の屈折率は (う) の屈折率よりも (え)。したがって、光ファイバーの端面から (い) に光を入射すると、光は (い) と (う) の境界で全反射しながら (い) から漏れることなく導波する。このような光ファイバーは (お) と呼ばれる。

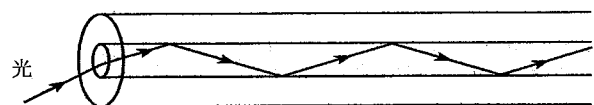


図5

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

2

光波動工学

(前ページから続く)

(b) 屈折率と吸収率には、密接な関係がある。一般的なシリカガラスは、青色の(短波長の)光に対する屈折率は、赤色の(長波長の)光に対する屈折率に比べて(か)。これは、ガラスが(き)に強い吸収率を示すことに原因がある。このように屈折率は波長に依存しており、光の(く)と呼ぶ。

(c) 屈折率の異なる物質の界面に光が入射すると反射と透過が生じるが、以下の条件式を満たす入射角 θ の場合、(け)偏光の反射率が0となり、反射光が直線偏光となる。

(B)

ただし n_1, n_2 はそれぞれ入射側と透過側の媒質の屈折率である。上記の条件式を満たす θ を(こ)と呼ぶ。

- 問題(4)の単語集 -

高い

p (偏光)

低い

s (偏光)

等しい

全反射角 (total reflection angle)

被覆

(coating)

ブリュースター角 (Brewster's angle)

グレーティング

(grating)

臨界角 (critical angle)

コア

(core)

紫外光 (ultraviolet light)

クラッド

(clad)

可視光 (visible light)

モード

(mode)

赤外光 (infrared light)

ステップインデックスファイバー

スペクトル (spectrum)

(step index fiber)

状態密度関数 (density of states function)

シングルモードファイバー (single-mode fiber)

分散 (dispersion)

マルチモードファイバー (multi-mode fiber)

複屈折 (birefringence)

グレーデッドインデックスファイバー

二色性 (dichroism)

(graded index fiber)

- 問題(4)の数式集 -

$$\sin\theta > \frac{n_1}{n_2}, \quad \cos\theta > \frac{n_1}{n_2}, \quad \sin\theta > \frac{n_2}{n_1}, \quad \cos\theta > \frac{n_2}{n_1}, \quad \tan\theta = \frac{n_2}{n_1}, \quad \tan\theta = \frac{n_1}{n_2}$$

可干渉: coherent, スクリーン: screen, 干渉縞: interference fringe, 平行平板: parallel flat plate, 屈折率: refractive index, 空気: air, マックスウェルの方程式: Maxwell's equation, 波動方程式: wave equation, 電場: electric field, 伝搬速度: propagation speed, 真空: vacuum, 進相軸: fast axis, 遅相軸: slow axis, 複屈折: birefringence, 1/4波長板: quarter waveplate, 単スリット: single slit, 回折パターン: diffraction pattern, 波数: wavenumber, 角振動数: angular frequency, 複素振幅: complex amplitude, 球面波: spherical wave, フラウンホーファー回折: Fraunhofer diffraction, 全反射: total reflection, 光ファイバ: optical fiber, 吸収率: absorption, シリカガラス: silica glass, 直線偏光: linear polarization

問 題

基盤理工学専攻

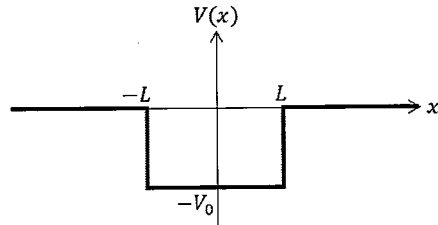
科目の番号

3

量子力学／統計力学

次のようなポテンシャルが存在する一次元空間における質量 m の粒子を考える。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x < -L, \text{領域 A}) \\ -V_0 & (-L \leq x \leq L, \text{領域 B}) \\ 0 & (L < x, \text{領域 C}) \end{cases}$$



ただし V_0, L は正の定数とする。次の問に答えよ。

- (1) 領域 A, B, C それぞれについて、エネルギー固有値 E に属する固有状態の波動関数 $\phi(x)$ が従う、時間に依存しないシュレーディンガー方程式を書け。

以降、 $-V_0 < E < 0$ を満たすエネルギー固有状態（束縛状態）のみを考える。

- (2) エネルギー固有状態の波動関数として、次のような関数を考える。

$$\phi(x) = \begin{cases} C_1 e^{\alpha x} & (\text{領域 A}) \\ C_2 \cos kx & (\text{領域 B}) \\ C_1 e^{-\alpha x} & (\text{領域 C}) \end{cases}$$

ここで C_1, C_2 は未定係数である。 α および k をエネルギー固有値 E を用いて表せ。

- (3) 領域 A, B の境界 $x = -L$ および領域 B, C の境界 $x = L$ において $\phi(x)$ が満たすべき条件について述べよ。また、未定係数 C_1, C_2 が満たすべき条件式を求めよ。
- (4) (3) で求めた条件式が $C_1 = C_2 = 0$ 以外の解を持つための条件式を書け。
- (5) $\xi = kL, \eta = \alpha L$ と定義する。(4) で求めた条件式を ξ, η を用いて表せ。また、(2) で求めた α, k の表式から E を消去することにより ξ, η が満たすべき関係式を求めよ。これらの結果から、エネルギー固有状態が少なくとも一つは存在することを示せ。
- (6) 基底状態の波動関数 $\phi_0(x)$ の概形を描け。
- (7) $2LV_0$ を一定値 G に保ちながら $V_0 \rightarrow \infty, L \rightarrow 0$ の極限を取ると、束縛状態は一つだけとなる。この状態のエネルギー固有値を求めよ。

ポテンシャル: potential, 一次元空間: one-dimensional space, 質量: mass, エネルギー固有値: energy eigenvalue, 固有状態: eigenstate, 波動関数: wave function, シュレーディンガー方程式: Schrödinger equation, 束縛状態: bound state, 未定係数: undetermined coefficient, 基底状態: ground state

問 題

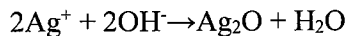
基盤理工学専攻

科目の番号

4

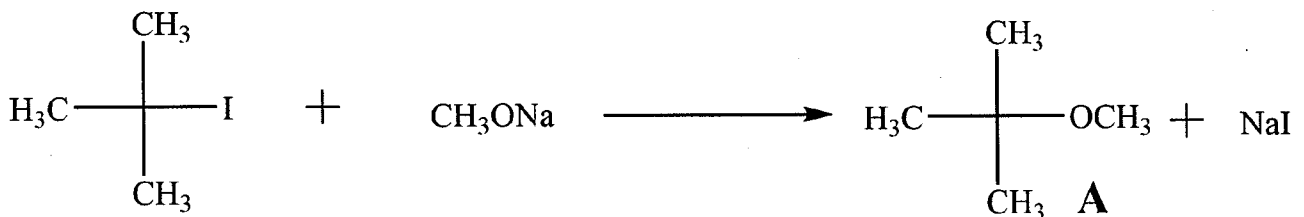
無機・有機化学

- (1) 硝酸銀水溶液に、少量のアンモニア水を加えると茶褐色の酸化銀が沈殿する。この反応は次のように表される。



この反応液にさらにアンモニア水を加えると錯イオンが生成して酸化銀が溶解し、無色の溶液になる。この反応式を示せ。

- (2) (1) の錯イオンについて、次の問に答えよ。
- 銀の配位数を答えよ。
 - 錯イオンの構造を書け。
 - 銀イオンはどの原子軌道をつかって、どのように配位結合を形成するか説明せよ。なお、銀の原子番号は47であり、その中性原子の電子配置は $[\text{Kr}] 4d^{10} 5s^1$ である。
- (3) (1) の無色の溶液にグルコースやギ酸 (HCOOH) などのホルミル基 ($-\text{CHO}$) を有する化合物を加えて穏やかに加熱すると銀が析出する。
- この反応を何というか。
 - ギ酸を用いた場合の反応式を示せ。
 - 塩化パラジウム(II)を水酸化ナトリウム水溶液に溶解し、攪拌しながらギ酸を加えると金属パラジウムは析出するか、理由とともに答えよ。ただし、 Ag^+/Ag と Pd^{2+}/Pd の標準電極電位 (25°C) はそれぞれ、 $+0.80\text{ V}$ 、 $+0.92\text{ V}$ とする。
- (4) 第一イオン化ポテンシャルの値は一般に同一周期内で原子番号の増加と共に規則的に変化する。第3周期のMg (原子番号12) とAl (原子番号13) で第一イオン化ポテンシャルが高いのはどちらか、電子配置を使って理由を説明せよ。
- (5) 次の置換反応は通常進行しないとされる。その理由を簡潔に説明せよ。



(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

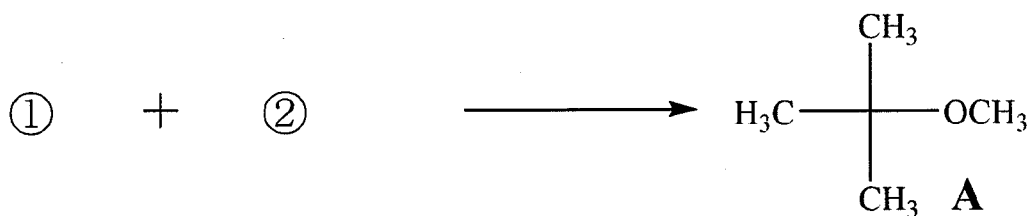
科目の番号

4

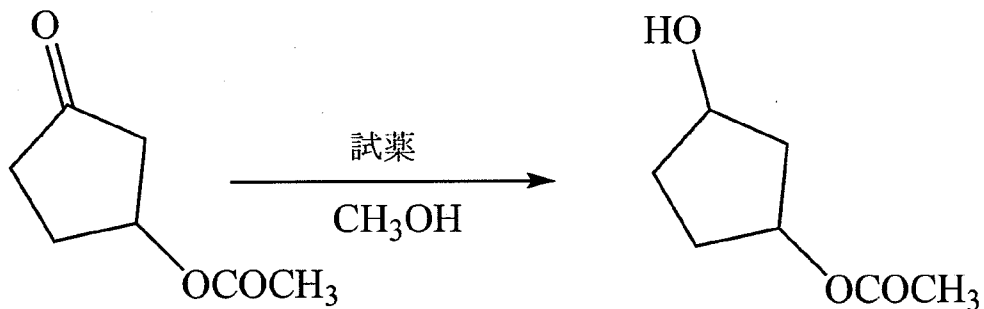
無機・有機化学

(前ページから続く)

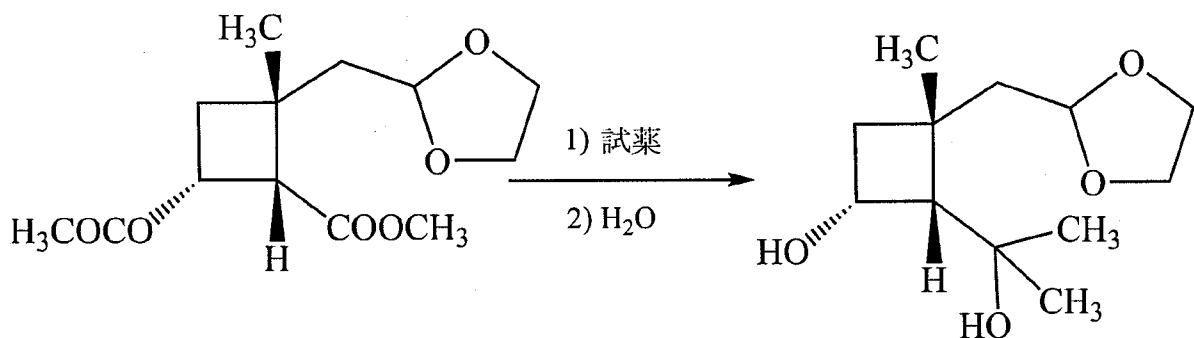
(6) 化合物 A の合成に用いる①と②を答えよ。



(7) 次の反応に用いる試薬を答えよ。



(8) 次の反応に用いる試薬を答えよ。



(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

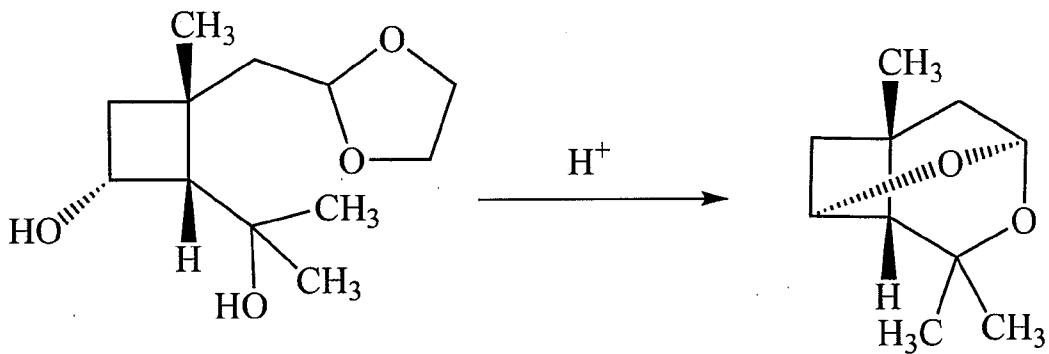
科目の番号

4

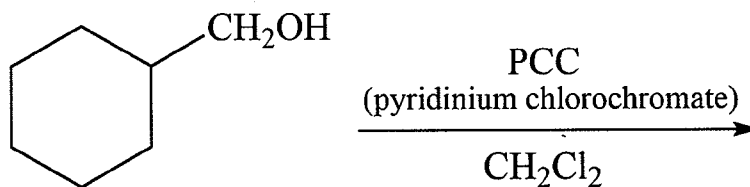
無機・有機化学

(前ページから続く)

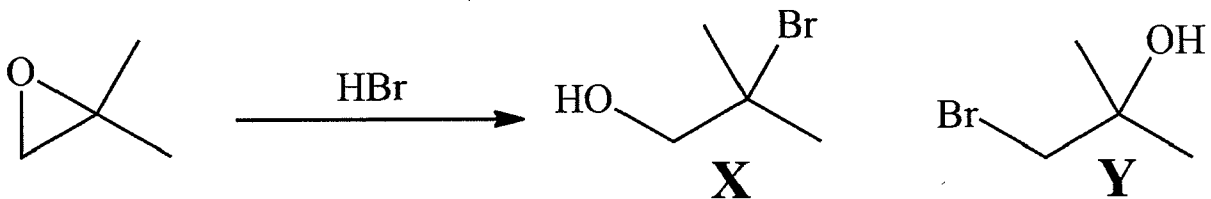
(9) 次の反応の反応機構を書け。



(10) 次の反応の生成物を答えよ。



(11) 次の反応で主生成物が X となる理由を、反応機構を用いて説明せよ。



硝酸銀: silver nitrate, 水溶液: aqueous solution, アンモニア水: aqueous ammonia, 酸化銀: silver oxide, 錯イオン: complex ion, 反応式: reaction formula, 配位数: coordination number, 原子軌道: atomic orbital, 配位結合: coordinate bond, 電子配置: electronic configuration, グルコース: glucose, ギ酸: formic acid, 塩化パラジウム: palladium chloride, 水酸化ナトリウム: sodium hydroxide, 金属パラジウム: metal palladium, 標準電極電位: standard electrode potential, 第一イオン化ポテンシャル: first ionization potential, 第3周期: third row, 置換反応: substitution reaction, 試薬: reagent, 反応機構: reaction mechanism

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

5

分子生物学／生物化学

(1) 核酸，遺伝子，タンパク質に関する以下の間に答えよ。

- (a) 10 個の塩基対からなる二本鎖 DNA が，塩基配列として保持できる情報量は何 bit か。
- (b) 真核細胞には mRNA, rRNA, tRNA 以外の RNA も存在する。①siRNA (small interfering RNA), ②snRNA (small nuclear RNA), ③snoRNA (small nucleolar RNA), ④miRNA (microRNA) の 4 種類の RNA から 2 つを選び，それらの作用についてそれぞれ 1 行程度で説明せよ。ただし，説明には以下の語群の中から 1 つ以上の語句を用いること。2 つの説明に同じ語句を使ってもよい。

翻訳，複製，スプライシング，分解，DNA，mRNA，rRNA，tRNA

- (c) 遺伝子の塩基配列に突然変異が生じると，その遺伝子がコードするタンパク質が機能不全になることがある。次の A～D のうち，タンパク質の機能に悪影響を与える可能性が最も高い突然変異はどれか，記号で答えよ。また，そのように考えた理由を説明せよ。
- A. コード領域の終わり近くの 1 塩基が欠損
B. コード領域の始まり近くに 1 塩基が挿入
C. コード領域の始まり近くの連続した 3 塩基が欠損
D. コード領域の中央付近の 1 塩基が別の塩基に置換
- (d) 膜タンパク質は一部が生体膜に埋まった状態で機能する。膜タンパク質の生体膜に埋まった部分の分子構造の特徴について，タンパク質の二次構造とアミノ酸の側鎖の性質の観点から説明せよ。
- (e) 長さ 2.5 kbp (1 kbp = 1000 塩基対) の環状の二本鎖 DNA について，制限酵素 ①EcoRI, ②HindIII, ③EcoRI と HindIII によって，それぞれ等しい量を完全に切断した。その反応産物を電気泳動したところ，図 1 のような長さの DNA 断片が確認された。
- (i) 元の環状 DNA には，EcoRI と HindIII による切断部位はそれぞれ何ヶ所あると考えられるか。ただし，切断によって生じた DNA 断片はすべて図 1 のバンドに含まれているものとする。
- (ii) EcoRI と HindIII による切断部位の位置について，考えられるすべての可能性を制限酵素地図として示せ。書き方は図 2 の例に準ずること。

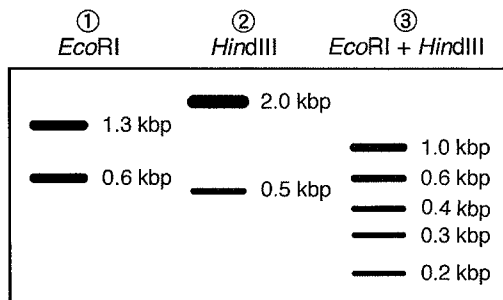


図 1 制限酵素処理後の電気泳動像：数字は各 DNA 断片の長さ（塩基対数）。

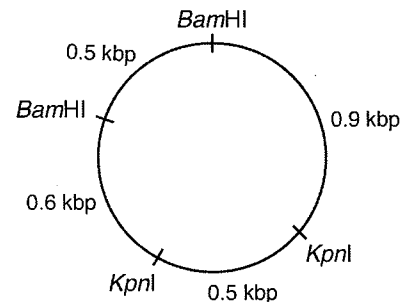


図 2 制限酵素地図の例：制限酵素 BamHI と KpnI による切断部位と，それらの間の長さ（塩基対数）を示している。

- (f) ゲノム DNA ライブラリーの作成手順の概要を説明せよ。説明には以下の語群の中から適切な語句を 3 つだけ含めること。

制限酵素，逆転写酵素，PCR，ベクター，オリゴ dT プライマー，大腸菌

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

5

分子生物学／生物化学

(前ページから続く)

(2) 酵素と代謝に関する以下の問に答えよ。

(a) 阻害剤による酵素反応の可逆的阻害には、競争阻害、非競争阻害、不競争阻害がある。

- (i) これら3種類の阻害様式のうち、阻害剤と基質が同時に酵素に結合し得るものをすべて挙げよ。
- (ii) 図3と図4は、ミカエリス-メンテン式に従う酵素反応の初速度 v と基質の初濃度 $[S]$ の関係と、それらの逆数 $1/v$ と $1/[S]$ の関係に対する競争阻害剤の影響を示したものである。非競争阻害剤の場合にはこれらの関係はどのようになるか、図3と図4の書き方にならって図示せよ。

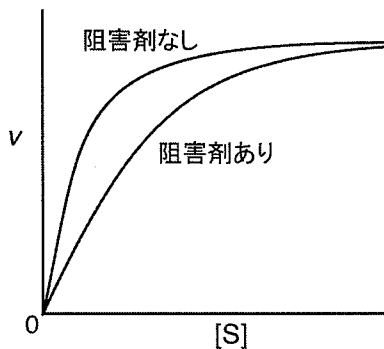


図3

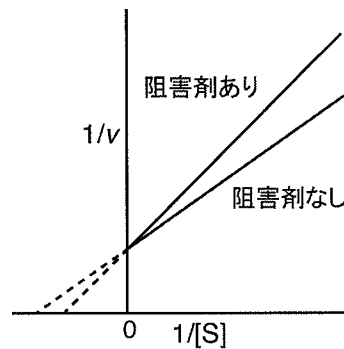


図4

(b) 酵素のアロステリック調節とは何か、説明せよ。

(c) ①好氣的代謝における酸化的リン酸化と②光合成の明反応では、いずれもATPが合成される。①と②でのATP合成に至る過程の類似点と相違点について、2点ずつ挙げて説明せよ。

核酸：nucleic acid, 遺伝子：gene, タンパク質：protein, 塩基対：base pair, 二本鎖：double strand, 塩基配列：nucleotide sequence, 情報量：amount of information, 真核細胞：eukaryotic cell, 翻訳：translation, 複製：replication, スプライシング：splicing, 突然変異：mutation, 機能不全：malfunction, コード領域：coding region, 欠損：deletion, 挿入：insertion, 置換：substitution, 膜タンパク質：membrane protein, 生体膜：biological membrane, 分子構造：molecular structure, 二次構造：secondary structure, アミノ酸：amino acid, 側鎖：side chain, 環状：cyclic, 制限酵素：restriction endonuclease, 反応産物：reaction product, 電気泳動：electrophoresis, 切断部位：restriction site, 制限酵素地図：restriction map, ゲノムDNAライブラリー：genomic DNA library, 逆転写酵素：reverse transcriptase, ベクター：vector, オリゴdTプライマー：oligo dT primer, 大腸菌：*Escherichia coli*, 酵素：enzyme, 代謝：metabolism, 阻害剤：inhibitor, 酵素反応：enzymatic reaction, 可逆的阻害：reversible inhibition, 競争阻害：competitive inhibition, 非競争阻害：non-competitive inhibition, 不競争阻害：uncompetitive inhibition, ミカエリス-メンテン式：Michaelis-Menten equation, 初速度：initial rate, 基質：substrate, 初濃度：initial concentration, 逆数：reciprocal, アロステリック調節：allosteric regulation, 好氣的代謝：aerobic metabolism, 酸化的リン酸化：oxidative phosphorylation, 光合成：photosynthesis, 明反応：light reaction

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

6

基礎数学

(1) 実数 a に対して、 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1+a & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1-a & 5 \end{bmatrix}$ を考える。

(a) A の固有値をすべて求めよ。

(b) A の最大の固有値を λ_1 とする。 λ_1 に対する A の固有空間の基底を求めよ。

(c) A が対角化可能であるための a の条件を求めよ。

(2) 関数 $g(x, y) = (x^2 + xy)e^y$ について以下の間に答えよ。

(a) $g_x(a, b) = g_y(a, b) = 0$ を満たす点 (a, b) をすべて求めよ。ただし、 $g_x = \frac{\partial g}{\partial x}$, $g_y = \frac{\partial g}{\partial y}$ である。

(b) g の極値を求めよ。

(3) 次の重積分の値を求めよ。

$$I = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy, \quad D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq \pi^2\}$$

(4) 次の微分方程式の一般解を求めよ。ここで、 $y' = \frac{dy}{dx}$, $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ とする。

(a) $9yy' + 4x = 0$

(b) $y'' + 2y' - 3y = 0$

実数:real number, 固有値:eigenvalue, 固有空間:eigenspace, 基底:basis,
対角化可能:diagonalizable, 極値: extremum, 重積分: multiple integral,
微分方程式:differential equation, 一般解:general solution

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

7

力学

質量 m の 2 つの質点が軽いバネ（バネ定数 k 、自然長 l ）でつながれた物体が水平な直線上に静止している（図 1(a)）。この直線上を質量 $2m$ の質点 A が速度 v_A で飛んで来て物体の左側の質点に衝突するものとして以下の問に答えよ。ただし、全ての質点間の衝突は弾性衝突とし、またすべての運動は一直線上で起こるものとする。

- (1) 衝突直後の質点 A の速度 v'_A と、物体の左側の質点の速度 v'_1 をそれぞれ v_A を使って表せ。
- (2) 衝突後の物体の重心の速度 V を求めよ。
- (3) 物体と質点 A との間のはね返り係数を求めよ。
- (4) 衝突後、物体は 2 つの質点の間隔 $r = x_2 - x_1$ が伸縮振動する相対運動を始めた。この振動の角周波数 ω を求めよ。ここで x_1, x_2 は物体の 2 つの質点の座標を表す。
- (5) 衝突から時間 t 後の物体の 2 つの質点の間隔 $r(t)$ を求めよ。ただし以降、(4) で求めた角周波数は ω のままで表して良い。

最初の衝突から時間 τ 後、この物体は図 1 (b) のように質量 m_B の質点 B と衝突するものとする(2 回目の衝突)。ただし質点 B はあらかじめ静止しているものとする。

- (6) 質点 B との衝突直前の物体の 2 つの質点の速度 $v_1(\tau), v_2(\tau)$ をそれぞれ求めよ。
- (7) 質点 B との衝突までの時間 τ と質点 B の質量 m_B の大きさを調整すると、2 回目の衝突後に物体の 2 つの質点の速度は共にゼロとなり、物体は完全に静止する。この時の時間 τ と質量 m_B の大きさをそれぞれ求めよ。

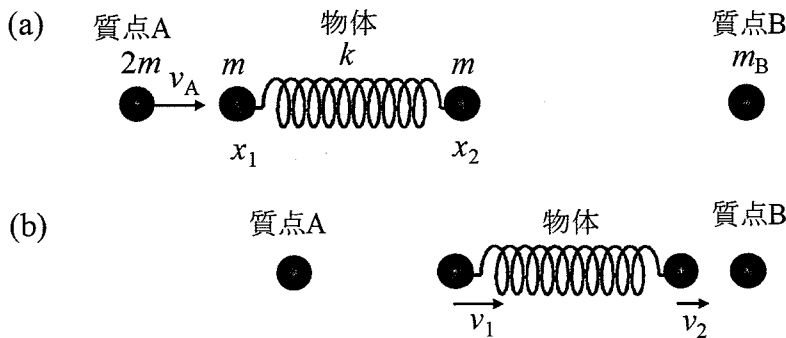


図 1

質量: mass, 質点: point mass, バネ定数: spring constant, 自然長: original length, 物体: object, 衝突: collision, 弾性衝突: elastic collision, 重心: center of gravity, はね返り係数: coefficient of restitution, 間隔: interval, 伸縮振動: stretching vibration, 相対運動: relative motion, 角周波数: angular frequency, 座標: coordinate

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

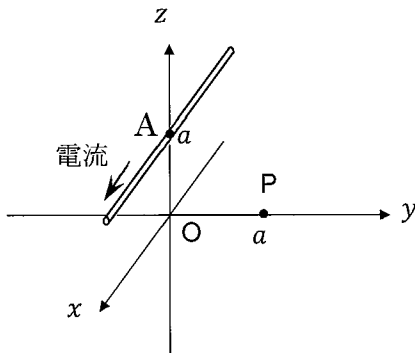
8

電磁気学

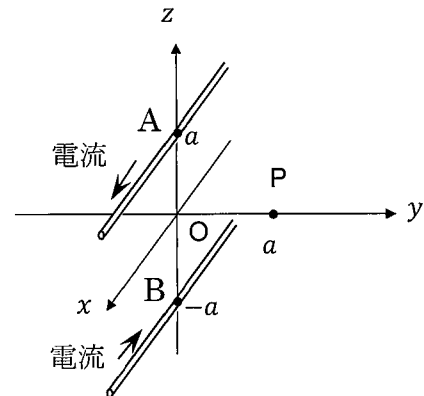
(1) 図1のように、真空中にある x 軸と平行で十分に長い導線または平面導体に電流が流れている。これらの電流が点 $P(0, a, 0)$ につくる磁束密度 \mathbf{B} の向きを yz 平面上に図示し、 y, z 方向の各成分をそれぞれ求めよ。真空の透磁率（磁気定数）を μ_0 とし、図中の導線の太さ、平面導体の厚みは無視せよ。

- (a) 点 $A(0, 0, a)$ の位置を通る導線を $+x$ 軸方向に流れる電流 I （図1a）。
 (b) 点 $A(0, 0, a)$ の位置を通る導線を $+x$ 軸方向に流れる電流 I と点 $B(0, 0, -a)$ の位置を通る導線を $-x$ 軸方向に流れる電流 I （図1b）。
 (c) 点 $A(0, 0, a)$ の位置と点 $B(0, 0, -a)$ の位置に挟まれた幅 $2a$ の平面導体を $+x$ 軸方向に一樣に流れる電流 I （図1c）。
 (d) 点 $A(0, 0, a)$ の位置と原点 $O(0, 0, 0)$ の位置に挟まれた幅 a の平面導体を $+x$ 軸方向に一樣に流れる電流 I （図1d）。

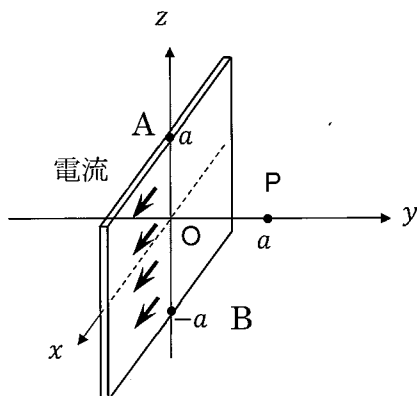
a)



b)



c)



d)

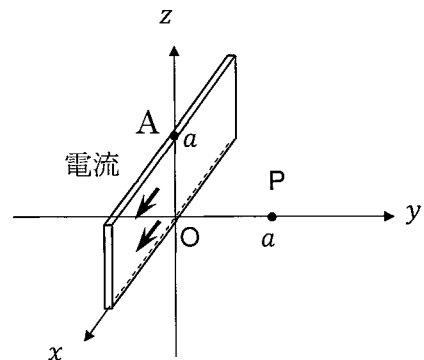


図1

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

8

電磁気学

(前ページから続く)

- (2) 図2のように、半径 a の円筒導体と半径 $b (> a)$ の円筒導体を中心軸が一致するように配置し、それぞれ中心軸方向に単位長さあたり λ と $-\lambda$ の電荷を与えた。円筒導体のまわりは真空であり、円筒導体は十分に長く、厚みは無視できるとして以下の問に答えよ。真空の誘電率（電気定数）を ϵ_0 とする。

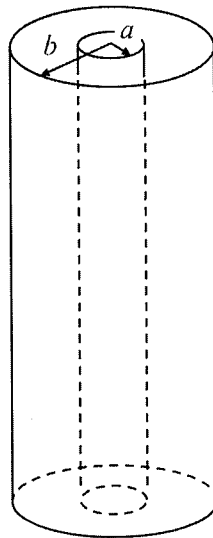


図2

- (a) 中心軸からの距離 r を用いて2つの円筒導体間の静電場の大きさ $E(r)$ を求めよ。
 (b) 電荷 q の点電荷が内側の円筒から外側の円筒まで動いたときに静電場のする仕事を求めよ。
 (c) 2つの円筒導体が同軸円筒コンデンサーをつくるとして、中心軸方向の単位長さあたりの静電容量を求めよ。

真空：vacuum, 平面導体：planar conductor, 電流：electric current, 磁束密度：magnetic flux density, 透磁率：permeability, 円筒導体：cylindrical conductor, 電荷：electric charge, 誘電率：magnetic permittivity, 静電場：static electric field, 仕事：work, 同軸円筒コンデンサー：coaxial cylindrical capacitor, 静電容量：capacitance.

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

9

光・電子デバイス基礎

- (1) x 軸上に置かれた長さ L の1次元形状の固体を考える。その固体の内部 ($0 < x < L$) に N 個の電子がある。電子の質量を m 、量子数 n の電子の波動関数を $\Psi_n(x)$ とする。固体内部でのポテンシャル・エネルギーをゼロとし、境界条件 [$\Psi_n(0) = \Psi_n(L) = 0$]と規格化条件 [$\int_0^L \Psi_n^*(x)\Psi_n(x) dx = 1$]のもとで時間に依存しないシュレディンガー方程式を解くと、 $\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ となる。ここで \hbar はディラック定数（プランク定数 h を 2π で割ったもの）である。電子間の相互作用は無視できるものとして、以下の問に答えよ。
- (a) シュレディンガー方程式と波動関数 $\Psi_n(x)$ を用いて固有エネルギー ε_n を求めると $\varepsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$ となることを示せ。
- (b) 量子数 n の電子について、固有エネルギー ε_n と波数 k_n の関係を表す式を示せ。
- (c) 固体中の電子はフェルミ・ディラック統計に従い、フェルミ・エネルギー ε_F が重要なエネルギー値となる。フェルミ・エネルギー ε_F とは何か、簡潔に説明せよ。
- (d) 電子のスピンを考慮して各状態に2個の電子が入るとして、この固体のフェルミ・エネルギー ε_F を求めよ。なお、電子数 N は偶数とする。
- (e) 電子数 N を非常に大きな数とし、連続量として扱えるものとする。あわせて、固有エネルギー ε_n も連続量として扱えるものとし、これを ε と表記するとともに、 N を ε の関数 $N(\varepsilon)$ とする。前問(d)で得たフェルミ・エネルギー ε_F と N の関係式を ε と $N(\varepsilon)$ の関係式に読み替え、単位エネルギーあたりの状態数である状態密度関数 $D(\varepsilon)$ を求めよ。
- (2) 密度 N_D のドナー不純物をドーピングしたシリコン単結晶に関する次の問に答えよ。ただし、温度を T 、電気素量を q 、光速を c 、プランク定数を h 、ボルツマン定数を k_B と表記する。また、すべてのドナー不純物がイオン化しているとする。
- (a) ドナー不純物として一般的に使用される元素の最外殻電子数を答えよ。
- (b) このシリコン単結晶の多数キャリアは電子あるいは正孔のどちらになるかを答えよ。

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

9

光・電子デバイス基礎

(前ページから続く)

- (c) 電子の拡散定数 D_n を、 T と電子の移動度 μ_n を用いて表せ。
- (d) このシリコン単結晶の抵抗率が ρ であるときの電子密度 n を、 q 、 ρ 、 μ_n 、正孔の移動度 μ_p 、真性キャリア密度 n_i を用いて表せ。ただし、 $\rho < (2qn_i\sqrt{\mu_n\mu_p})^{-1}$ とする。
- (e) $N_D \gg n_i$ のときの ρ を、 N_D を用いて表せ。
- (f) シリコン単結晶の温度 T を 300 K から 400 K まで上昇させたとき、 μ_n の値は大きくなるか小さくなるか、理由とともに答えよ。
- (g) このシリコン単結晶に光を照射して、電子を価電子帯から伝導帯に励起するとき、光の波長 λ が満足すべき条件を、禁制帯幅 E_g を用いて表せ。なお、励起プロセスでのフォノンの効果は無視してよい。
- (h) 人の目で見えてシリコン単結晶が不透明である理由を簡潔に説明せよ。説明に必要であれば、次の数値を用いよ。 $q = 2 \times 10^{-19}$ C, $c = 3 \times 10^8$ m/s, $h = 7 \times 10^{-34}$ J·s, $k_B = 1 \times 10^{-23}$ J/K, $E_g = 1$ eV

1次元形状の固体：one-dimensional solid, 電子：electron, 質量：mass, 量子数：quantum number, 波動関数：wave function, ポテンシャル・エネルギー：potential energy, 時間に依存しないシュレディンガー方程式：time-independent Schrödinger equation, ディラック定数：Dirac constant, プランク定数：Planck constant, 固有エネルギー：eigen energy, 波数：wave number, フェルミ・ディラック統計：Fermi-Dirac statistics, フェルミ・エネルギー：Fermi energy, 偶数：even number, 連続量：continuous quantity, 状態密度関数：density of states function, 密度：density, ドナー不純物：donor impurities, ドープした：doped, シリコン単結晶：silicon single crystal, 温度：temperature, 電気素量：elementary electric charge, 光速：speed of light, ボルツマン定数：Boltzmann constant, イオン化：ionized, 元素：element, 最外殻電子数：the number of outermost electron, 多数キャリア：majority carrier, 正孔：hole, 拡散定数：diffusion constant, 移動度：mobility, 抵抗率：resistivity, 真性キャリア密度：intrinsic carrier density, 価電子帯：valence band, 伝導帯：conduction band, 励起する：excite, 波長：wave length, 禁制帯幅：forbidden energy gap, フォノン：phonon, 不透明：opaque

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

10

物理化学

(1) 単原子分子からなる 1 モルの理想気体に関して次の間に答えよ。いずれも可逆的（準静的）過程とする。

(a) 図 1 の状態 A (P_1, V_1, T_1) から状態 B (P_2, V_2, T_1) へ等温膨張したときの熱の出入り Q を求めよ。

(b) 上の (a) の等温膨張過程での系のエントロピー変化 ΔS を求めよ。

(c) 図 1 の状態 A (P_1, V_1, T_1) から状態 C (P_3, V_2, T_2) へ断熱可逆的に変化したとき、以下の関係式が成り立つことを示せ。ここで、 $C_{v,m}$ はモル定容熱容量である。

$$C_{v,m} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = R \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$$

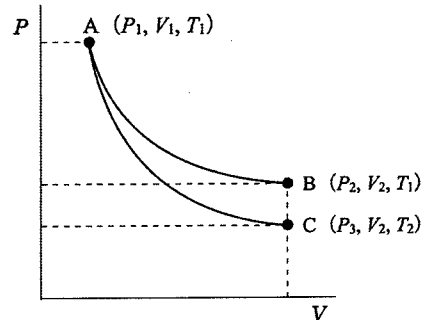


図 1

(2) 次の間に答えよ。

(a) フッ化カルシウム CaF_2 の結晶は、面心立方構造である。X線回折（Cu $K\alpha$ 線 波長 0.15 nm）で、X線の入射角を θ とすると、面指数 (111) の反射が $2\theta = 28.4^\circ$ ($\sin 14.2^\circ = 0.25$) に観測された。

- (i) 解答用紙に図 2 を写し、これに (111) の格子面を図示せよ。
 (ii) CaF_2 の単位胞の格子の長さ a を求めよ。なお、立方晶では面間隔 d と (hkl) には以下の関係がある。

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2}$$

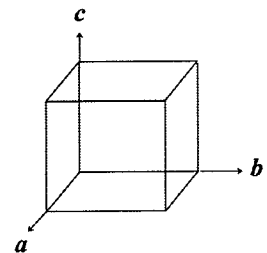


図 2

(b) 図 3 は、低分解能 NMR 装置で測定したエタノール $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ の $^1\text{H-NMR}$ スペクトルである。横軸は磁場強度、縦軸は吸収強度である。同じ試料を高分解能 NMR で測定した場合、 CH_3 、 CH_2 、 OH のプロトンの吸収ピークはどのような多重線で観測されるか。微細構造のスペクトル線を描いて説明せよ。

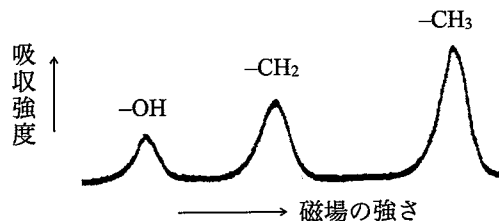


図 3

(次ページへ続く)

問題

基盤理工学専攻

科目の番号

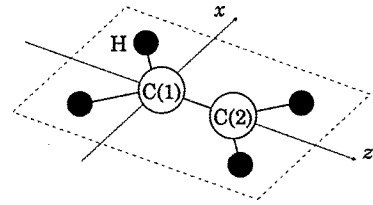
10

物理化学

(前ページから続く)

(3) エテン $\text{CH}_2=\text{CH}_2$ に関する次の問に答えよ。

(a) エテンは右図のような平面構造をとり、結合角は 120° とする。C 原子について規格化された sp^2 混成軌道は、下の3つの波動関数で記述される。混成軌道による化学結合が zx 面内で 120° の角度をなして3方向に伸びていることを、図4の zx 座標を解答用紙に写し、それに図示して数行程度で説明せよ。



$$\begin{aligned} \psi_1(sp^2) &= \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_s + \sqrt{\frac{2}{3}}\phi_{p_z} \\ \psi_2(sp^2) &= \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_s - \frac{1}{\sqrt{6}}\phi_{p_z} + \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_{p_x} \\ \psi_3(sp^2) &= \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_s - \frac{1}{\sqrt{6}}\phi_{p_z} - \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_{p_x} \end{aligned}$$

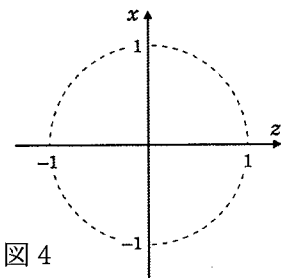


図4

(b) シュレディンガー方程式 $H\psi = E\psi$ を近似的に解く方法として変分法が用いられる。エテンの π 分子軌道の波動関数 $\psi(\pi)$ は、2つのC原子 C(1), C(2)の $2p_y$ 軌道 ϕ_1, ϕ_2 の線型結合 (LCAO) として、

$$\psi(\pi) = C_1\phi_1 + C_2\phi_2$$

と書くことができる。 C_1 と C_2 は線型結合に用いた係数である。 π 分子軌道のエネルギー E をあらわす式を、 $\psi(\pi)$ および $\psi(\pi)^*$ を使って記せ。

(c) 上の(b)の方法により、エテンの π 電子の分子軌道のエネルギー E は、

$$E_{\pm} = \alpha \pm \beta$$

と求められる。 α , β はそれぞれクーロン積分、共鳴積分である。2つのエネルギー準位、電子配置、原子軌道の重なりについて、下の問に答えて図5を完成させよ。図5を解答用紙に書き写して解答すること。

- (i) エネルギー準位 $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$ を [] 内に記せ。
- (ii) 基底状態の電子配置を矢印 (\uparrow または \downarrow) で記せ
- (iii) 2つの π 分子軌道における原子軌道の重なりを $2p$ 軌道のローブ (図6を参照) を使って描け。波動関数の符号も記すこと。

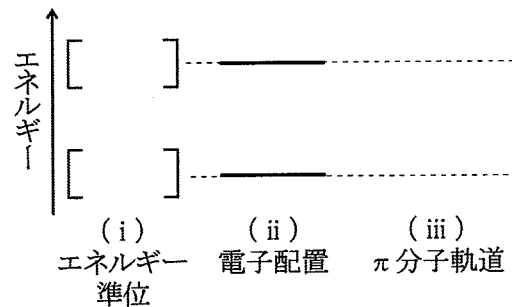


図5



図6

(次ページへ続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

10

物理化学

(前ページから続く)

モル:mole, 理想気体:ideal gas, 可逆的:reversible, 準静的:quasi-static, 等温膨張:isothermal expansion, エントロピー:entropy, 断熱可逆的:adiabatic and reversible, フッ化カルシウム:calcium fluoride, 面心立方構造:face-centered cubic structure, X線回折:x-ray diffraction, 面指数:Miller index, 単位胞:unit cell, 面間隔:lattice spacing, エタノール:ethanol, スペクトル:spectrum, プロトン:proton, ピーク:peak, 多重線:multiplet, 微細構造:fine structure, エテン:ethene, 平面構造:planar structure, 結合角:bond angle, 規格化:normalization, 混成軌道:hybrid orbital, 波動関数:wave function, シュレディンガー方程式:Schrödinger equation, 変分法:variation method, 分子軌道:molecular orbital, 線型結合:linear combination, エネルギー:energy, クーロン積分:coulombic integral, 共鳴積分:resonance integral, 電子配置:electronic configuration, 原子軌道:atomic orbital, 基底状態:ground state, ロープ:lobe

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

11

細胞・神経生物学

次の文章を読み、以下の間に答えよ。

神経細胞の機能は、細胞膜上のイオンチャネルおよびイオンポンプといった膜タンパク質により支えられている。膜タンパク質は粗面小胞体で合成されたのち、(ア)へ輸送され、糖鎖付加等の様々な修飾を受けて、細胞膜へと輸送される。細胞膜上の不要になったタンパク質は、細胞膜から(イ)を経て、プロテアーゼ等が存在する(ウ)へと輸送され分解される。

静止状態での神経細胞では、細胞内の電位は細胞外に比べて低くなっている。この電位のことを静止膜電位と呼ぶ。静止膜電位の形成にも膜タンパク質が必須の働きをしている。静止状態の神経細胞の興奮性の神経伝達物質受容体が活性化されて、膜電位が閾値を超えると活動電位が発生する。活動電位は軸索を伝導していき、軸索末端に到達すると軸索末端の細胞内カルシウムイオン (Ca^{2+}) 濃度が上昇する。この Ca^{2+} 濃度の増大が引き金となって、シナプス前細胞は神経伝達物質をシナプス後細胞に向けて放出する。

- (1) 小胞体には滑面小胞体と粗面小胞体があるが、滑面小胞体で膜タンパク質は合成できない。その理由を1~2行で述べよ。
- (2) 文中の(ア)~(ウ)に当てはまる語句として正しいものをそれぞれ下記の選択肢の内から選べ。
ミトコンドリア ゴルジ体 DNA エンドソーム リソソーム 核 細胞骨格 RNA
- (3) 静止膜電位の形成には細胞膜内外でのイオンの偏りと細胞膜が特定のイオンへの透過性をもっていることが重要である。静止状態での細胞内外のイオンの偏りと細胞膜のイオン透過性に対して、最も大きく寄与する膜タンパク質の名称をそれぞれ一つずつ挙げよ。
- (4) 興奮性の神経伝達物質の受容により膜電位が変化するメカニズムと、膜電位が閾値を超えたときに活動電位が発生するメカニズムをそれぞれ2行程度で述べよ。
- (5) 神経伝達物質には興奮性だけでなく γ -アミノ酪酸 (GABA) 等の抑制性の伝達物質も存在している。抑制性の伝達物質が活動電位の発生を抑制するメカニズムを2行程度で述べよ。
- (6) 活動電位が軸索を末端に向かって伝導していくメカニズムを3行程度で述べよ。
- (7) 活動電位の伝導速度は神経細胞によって異なることが知られている。伝導速度に影響を与える要因にどのようなものがあるかを述べよ。

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

11

細胞・神経生物学

(前ページから続く)

- (8) 活動電位が軸索末端に到達すると細胞内の Ca^{2+} 濃度が増大する。 Ca^{2+} 濃度が増大するメカニズムを1行で述べよ。
- (9) 細胞内 Ca^{2+} 濃度の増大が、神経伝達物質の放出に必要となることはどのような実験を行えば証明できると考えられるかを3~4行程度で述べよ。ただしシナプス前細胞、シナプス後細胞という語句は必ず使うこと。

神経細胞: neuron, 細胞膜: plasma membrane, イオンチャネル: ion channel, イオンポンプ: ion pump, 膜タンパク質: membrane protein, 粗面小胞体: rough endoplasmic reticulum, 糖鎖: sugar chain, プロテアーゼ: protease, 静止膜電位: resting membrane potential, 興奮性: excitatory, 神経伝達物質: neurotransmitter, 膜電位: membrane potential, 閾値: threshold, 活動電位: action potential, 軸索: axon, 軸索末端: axon terminal, カルシウムイオン濃度: calcium ion concentration, シナプス前細胞: presynaptic neuron, シナプス後細胞: postsynaptic neuron, 滑面小胞体: smooth endoplasmic reticulum, ミトコンドリア: mitochondrion, ゴルジ体: Golgi apparatus, エンドソーム: endosome, リソソーム: lysosome, 核: nucleus, 細胞骨格: cytoskeleton, γ -アミノ酪酸: gamma-amino butyric acid, 抑制性: inhibitory